35期3年　看護の数学・数学ⅠA演習　共通　臨時休業課題（第2回）No. 1　～因数分解～

まず授業のノートを作り名前を書くこと。そのあと以下の問題を解き、提出は6月の最初の登校日。

$\boxed{1}$ 次の式を因数分解せよ。

(1) x^2-2x-3　　(2) $x^2-5xy+6y^2$　　(3) $x^2+12x+36$

(4) x^2-4　　(5) $9x^2+12x+4$　　(6) $16x^2-9y^2$

【たすきがけの因数分解】

例題1　$2x^2+11x+15$ を因数分解せよ。

考え方　$ac=2$，$ad+bc=11$，$bd=15$

となる a，b，c，d を見つければよい。

$$\begin{array}{ccc} a \quad b & \longrightarrow & bc \\ c \quad d & \longrightarrow & ad \\ \hline ac \quad bd & & ad+bc \end{array}$$

① $ac=2$ の 2 を 1×2

$bd=15$ の 15 を 1×15，3×5，5×3，15×1

などと，積に分解する。

② $a=1$，$c=2$ として，b，d の候補から $ad+bc=\boxed{11}$ となるものをさがす。このとき，右上の図式を利用するとよい。

$b=1$，$d=15$ のとき

$$\begin{array}{ccc} 1 \quad 1 & \longrightarrow & 2 \\ 2 \quad 15 & \longrightarrow & 15 \\ \hline 2 \quad 15 & & 17 \end{array}$$

×失敗

$ad+bc=11$ とならない。

$b=3$，$d=5$ のとき

$$\begin{array}{ccc} 1 \quad 3 & \longrightarrow & 6 \\ 2 \quad 5 & \longrightarrow & 5 \\ \hline 2 \quad 15 & & 11 \end{array}$$

○成功

$ad+bc=\boxed{11}$ となり，適する。

解答　$2x^2+11x+15=(x+3)(2x+5)$

$$\begin{array}{cc} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{array}$$

$\boxed{2}$ 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2-7x+5$　　(2) $2x^2+5x-3$　　(3) $6x^2-x-2$

(4) $4x^2-8x+3$　　(5) $6x^2+xy-15y^2$　　(6) $8a^2-14ab-15b^2$

【おきかえを利用した因数分解】

例題2　$(x+y)^2+4(x+y)+3$ を因数分解せよ。

考え方　$x+y$ を A でおきかえて因数分解する。

解答　$x+y=A$ とおくと

$(x+y)^2+4(x+y)+3=A^2+4A+3=(A+1)(A+3)$　A を $x+y$ にもどす

$=(x+y+1)(x+y+3)$

例題3　$x^2+4x+4-y^2$ を因数分解せよ。

解答　$x^2+4x+4-y^2=(x^2+4x+4)-y^2$　← 項の組み合わせを工夫

$=(x+2)^2-y^2$　← $x+2=A$ とおくと

$=\{(x+2)+y\}\{(x+2)-y\}$　　A^2-y^2

$=(x+y+2)(x-y+2)$　　$=(A+y)(A-y)$

$\boxed{3}$ 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x+y)^2+2(x+y)-15$　　(2) $(x-y)^2+6(x-y)+9$

(3) $x^2+8x+16-y^2$　　(4) x^2-4y^2-4y-1

【たすきがけの因数分解の応用】

例題4　次の式を因数分解せよ。

$$2x^2+3xy+y^2-5x-3y+2$$

考え方　$2x^2+(y$ の1次式$)x+(y$ の2次式$)$ の形に整理する。

解答　$2x^2+3xy+y^2-5x-3y+2$

$=2x^2+(3y-5)x+(y^2-3y+2)$　← x について整理

$=2x^2+(3y-5)x+(y-1)(y-2)$

$=\{x+(y-2)\}\{2x+(y-1)\}$

$=(x+y-2)(2x+y-1)$

$$\begin{array}{ccc} 1 \quad y-2 & \longrightarrow & 2y-4 \\ 2 \quad y-1 & \longrightarrow & y-1 \\ \hline 2 \quad (y-1)(y-2) & & 3y-5 \end{array}$$

$\boxed{4}$ 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+3xy+2y^2-4x-5y+3$　　(2) $2x^2+3xy+y^2+7x+2y-15$

No. 1 はこれで以上です。

例題5　x^2-6x+2 を平方完成する。

$$\begin{aligned} &x^2-6x+2\\ &=(x-3)^2-3^2+2\\ &=(x-3)^2-9+2\\ &=(x-3)^2-7 \end{aligned}$$

終

$$x^2-■x=\left(x-\boxed{\frac{■}{2}}\right)^2-\boxed{\left(\frac{■}{2}\right)^2}$$

2乗

半分

例題6　$3x^2+6x+2$ を平方完成する。

$$\begin{aligned} 3x^2+6x+2&=3(x^2+2x)+2\\ &=3\{(x+1)^2-1^2\}+2\\ &=3(x+1)^2-3\cdot1+2\\ &=3(x+1)^2-1 \end{aligned}$$

終

① x^2，x を含む項を x^2 の係数3でくくる。

② x^2+2x を平方完成する。

③ 3を掛けて｛　｝をはずす。

5　次の2次関数を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形せよ。

(1) $y=x^2-2x+5$　(2) $y=x^2+4x+1$　(3) $y=x^2-3x+3$

(4) $y=2x^2+12x+5$　(5) $y=-3x^2-12x+1$　(6) $y=-x^2+2x+1$

例題7　次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $y=x^2-4x+1$　$(0\leqq x\leqq 3)$

(2) $y=-2x^2+12x-10$　$(1\leqq x\leqq 2)$

解答　(1) $y=x^2-4x+1$ を変形すると

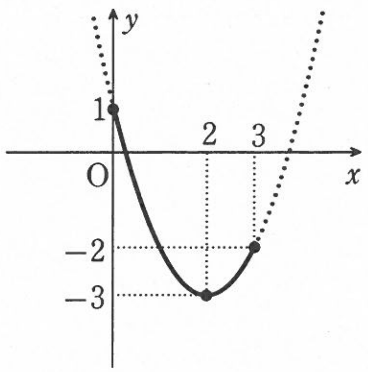
$y=(x-2)^2-3$

$0\leqq x\leqq 3$ でのグラフは，右の図の実線部分である。

よって，y は

$x=0$ で最大値1をとり，

$x=2$ で最小値 -3 をとる。



(2) $y=-2x^2+12x-10$ を変形すると

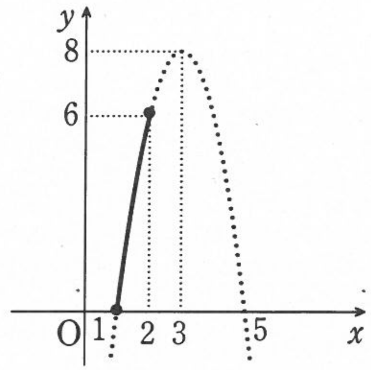
$y=-2(x-3)^2+8$

$1\leqq x\leqq 2$ でのグラフは，右の図の実線部分である。

よって，y は

$x=2$ で最大値6をとり，

$x=1$ で最小値0をとる。



6　次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $y=x^2-4x+5$　$(0\leqq x\leqq 3)$　(2) $y=-x^2-2x+3$　$(-5\leqq x\leqq -3)$

(3) $y=-2x^2+4x+1$　$(0\leqq x\leqq 4)$

例題8　次の条件を満たすように，定数 c の値を定めよ。

関数 $y=x^2-4x+c$　$(1\leqq x\leqq 5)$ の最大値が8である。

考え方…(1) 放物線 $y=x^2-4x+c$ は下に凸で，軸は直線 $x=2$ である。

下に凸の放物線では，軸から遠いほど y の値は大きい。

解答　$y=x^2-4x+c$ を変形すると

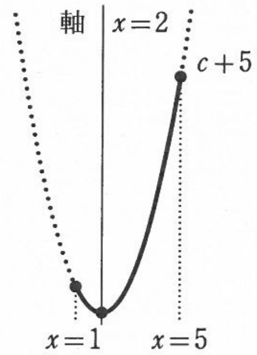
$y=(x-2)^2+c-4$

$1\leqq x\leqq 5$ であるから，y は $x=5$ で最大値をとる。

$x=5$ のとき

$y=5^2-4\cdot5+c=c+5$

$c+5=8$ より　答 $c=3$



7　次の条件を満たすように，定数 c の値を定めよ。

関数 $y=x^2-2x+c$　$(-2\leqq x\leqq 2)$ の最大値が5である。

No. 2はこれで以上です。

$\boxed{8}$ 次の値を求めよ。

(1) ${}_8P_2$　　(2) ${}_6P_3$　　(3) ${}_5P_1$　　(4) $6!$

(5) ${}_8C_2$　　(6) ${}_6C_3$　　(7) ${}_5C_1$　　(8) ${}_{20}C_{18}$

$\boxed{9}$ 1 個のさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 4 以下の目が出る確率　　(2) 3 の倍数の目が出る確率

$\boxed{10}$ 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 目の和が 10 になる確率　　(2) 目の積が 6 になる確率

例題 9　赤玉 3 個と白玉 6 個の入った袋から，2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個が同じ色である確率を求めよ。

解説

「2 個が同じ色である」という事象は，2 つの事象

A「2 個とも赤玉である」，　B「2 個とも白玉である」

の和事象 $A \cup B$ である。

A，B は互いに排反であるから，確率の加法定理により

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} + \frac{{}_6C_2}{{}_9C_2} = \frac{3}{36} + \frac{15}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$\boxed{11}$ 赤玉 5 個，白玉 6 個が入った袋から，同時に 2 個の玉を取り出すとき，2 個とも同じ色である確率を求めよ。

例題 10　当たりくじ 3 本を含む 20 本のくじから 3 本を同時に引くとき，少なくとも 1 本は当たる確率を求めよ。

解説

はずれくじは 17 本ある。

よって，3 本ともはずれる確率は　$\dfrac{{}_{17}C_3}{{}_{20}C_3} = \dfrac{17 \cdot 16 \cdot 15}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \dfrac{3 \cdot 2 \cdot 1}{20 \cdot 19 \cdot 18} = \dfrac{34}{57}$

求めるのはこの余事象の確率であるから　$1 - \dfrac{34}{57} = \dfrac{23}{57}$

$\boxed{12}$ 赤玉 6 個と白玉 5 個が入った袋から，同時に 4 個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) 少なくとも 1 個は白玉が出る確率　　(2) 赤玉が 2 個以上出る確率

例題 11　1 個のさいころを続けて 5 回投げるとき、以下の確率を求めよ。

(1) 6 の目がちょうど 2 回出る確率　　(2) 3 の倍数の目が 4 回以上出る確率

解説

(1) 1 個のさいころを 1 回投げるとき，6 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ である。

よって，求める確率は

$$ {}_5C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(1-\frac{1}{6}\right)^{5-2} = 10 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{625}{3888}$$

(2) 1 個のさいころを 1 回投げるとき，3 の倍数の目が出る確率は $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$ である。

「3 の倍数の目が 4 回以上出る」ことは、

「3 の倍数の目がちょうど 4 回出る」と「3 の倍数の目が 5 回とも出る」の和事象である。

よって、求める確率は

$$ {}_5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(1-\frac{1}{3}\right)^1 + {}_5C_5\left(\frac{1}{3}\right)^5 = 10 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{20}{243} + \frac{1}{243} = \frac{7}{81}$$

$\boxed{13}$ 1 個のさいころを続けて 5 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 偶数の目がちょうど 3 回出る確率　　(2) 3 の倍数の目が 3 回以上出る確率

No. 3 はこれで以上です。